



Apellidos:

SOLUCIÓN

Nombre:

Ejercicio 1:

Sea la gramática $G = \{ \Sigma_T, \Sigma_N, S, \mathcal{P} \}$ donde $\Sigma_T = \{ a, b \}$, $\Sigma_N = \{ S, A \}$, S = axioma y cuyas producciones \mathcal{P} son:

$$S ::= aAb$$

$$A ::= aAb \mid Ab \mid b$$

- Obtener, utilizando el método 2, un autómata a pila por vaciado de pila (AP) (6 puntos).
- Comprobar el reconocimiento en el AP de las palabras ab y $aabbbb$ (2 puntos) y su generación en la gramática G (1 punto).
- ¿Qué lenguaje reconoce el AP y genera la gramática G ? (1 punto).

30 minutos**a) Obtención del autómata a pila por vaciado de pila AP (con método 2)**

Construir un AP que acepte (reconozca) el lenguaje generado por una gramática: $G = \{ \Sigma_T, \Sigma_N, \mathcal{P}, S \}$. La gramática no ha de estar necesariamente en FNG.

$$AP = \{ \Sigma_T, \{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \}, \{ q \}, S, q, f, \emptyset \}$$

$$\Sigma_T = \text{Alfabeto de entrada } (\Sigma)$$

$$\{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \} = \text{Alfabeto de pila } (\Gamma)$$

$$\{ q \} = Q \text{ (Conjunto de estados del AP)}$$

$$S = \text{Símbolo de inicio de pila}$$

$$q = \text{estado inicial del AP}$$

$$f = \text{Función de transición (movimientos)}$$

$$F = \emptyset \text{ (Conjunto de estados finales)}$$

ALGORITMO (para obtener los movimientos del AP):

- $X \in \{ \Sigma_N \cup \Sigma_T \}$, $A \in \Sigma_N$
 $\forall A ::= X$ producción de la gramática,
 en AP se hace: $(q \ X) \in f(q \ \lambda \ A)$
- $\forall a \in \Sigma_T$
 entonces, $(q \ \lambda) \in f(q \ a \ a)$

Se va a construir un AP que acepte el mismo lenguaje generado por la gramática utilizando el método 2:

$$AP = \{ \{ a, b \}, \{ a, b, S, A \}, \{ q \}, S, q, f, \emptyset \}$$

Aplicamos el ALGORITMO para obtener los movimientos del AP: la gramática NO es necesario que esté en FNG.

$$f(q \ \lambda \ S) = (q \ aAb)$$

$$f(q \ \lambda \ A) = (q \ aAb) \ (q \ Ab) \ (q \ b)$$

$$f(q \ a \ a) = (q \ \lambda)$$

$$f(q \ b \ b) = (q \ \lambda)$$
b) Reconocimiento en AP de las palabras ab y $aabbbb$ y su generación en G .

AP (palabra ab): $(q \ ab \ S) \vdash (q \ ab \ aAb) \vdash (q \ b \ Ab) \vdash (q \ b \ aAbb) \vdash$ NO ACEPTA

$(q \ ab \ S) \vdash (q \ ab \ aAb) \vdash (q \ b \ Ab) \vdash (q \ b \ Abb) \vdash (q \ b \ bbb) \vdash (q \ \lambda \ bb) \vdash$ NO ACEPTA

$(q \ ab \ S) \vdash (q \ ab \ aAb) \vdash (q \ b \ Ab) \vdash (q \ b \ bb) \vdash (q \ \lambda \ b) \vdash$ NO ACEPTA

AP (palabra $aabbbb$): $(q \ aabbbb \ S) \vdash (q \ aabbbb \ aAb) \vdash (q \ abbbb \ Ab) \vdash (q \ abbbb \ aAbb) \vdash (q \ bbbb \ Abb)$

$\vdash (q \ bbbb \ Abbb) \vdash (q \ bbbb \ bbbb) \vdash (q \ bbb \ bbb) \vdash (q \ bb \ bb) \vdash (q \ b \ b) \vdash (q \ \lambda \ \lambda)$ ACEPTA

G (palabra ab): $S \rightarrow aAb \rightarrow$ NO GENERA

G (palabra $aabbbb$): $S \rightarrow aAb \rightarrow aaAbb \rightarrow aaAbbb \rightarrow aabbbb$ GENERA

c) El lenguaje que reconoce el AP y genera la gramática G es:

$$L = \{ a^n b^m \mid m > n \geq 1 \}$$



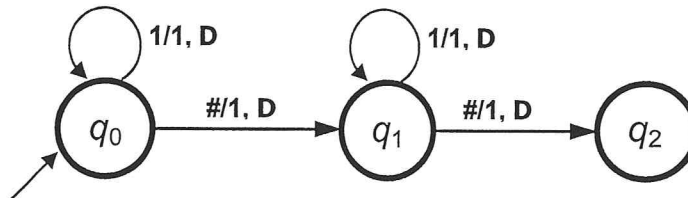
SOLUCIÓN

Apellidos:

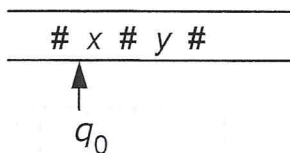
Nombre:

Ejercicio 2:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:

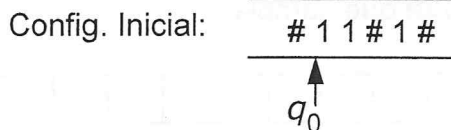


Y cuya configuración inicial es la siguiente:



Donde x e y son dos números enteros positivos codificados en unario. M inicialmente está en el estado q_0 leyendo el primer 1 de x .

- a) ¿Qué función aritmética sobre los números x e y calcula M? Describir brevemente la respuesta y comprobar el funcionamiento con la siguiente entrada: (3 puntos)



- b) Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal cuando simula a la máquina M y ésta recibe como entrada la del apartado a). Utilicen la siguiente codificación binaria: (2 puntos)

$$q_0 \equiv 00; q_1 \equiv 01; q_2 \equiv 10$$

Desplazamiento a la izqda. I \equiv 1; Desplazamiento a la dcha. D \equiv 0

- c) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de esa Máquina de Turing Universal tras simular el primer movimiento que realiza la máquina M con la entrada del apartado a). (3 puntos)
- d) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la Máquina de Turing Universal cuando termine de simular a la máquina M con la entrada del apartado a). (2 puntos)

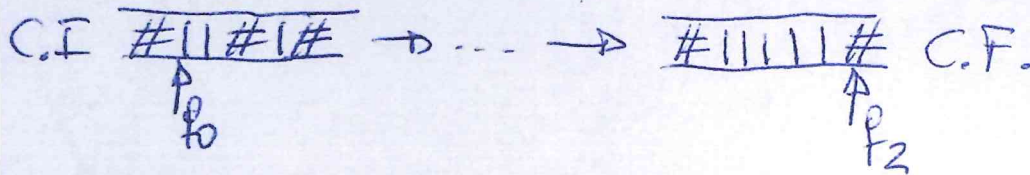
NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

30 minutos

Continuación ejercicio 2.

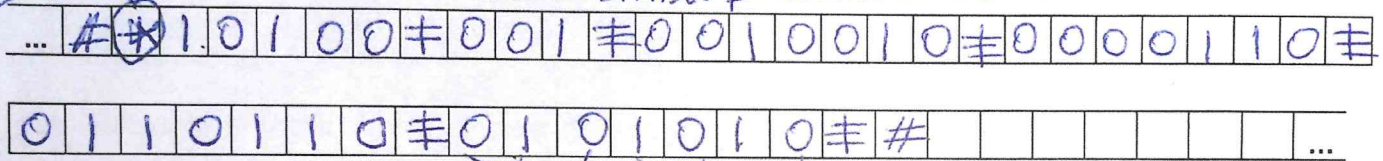
RESPUESTAS. SOLUCIONES

Apartado a) $x+y+2$



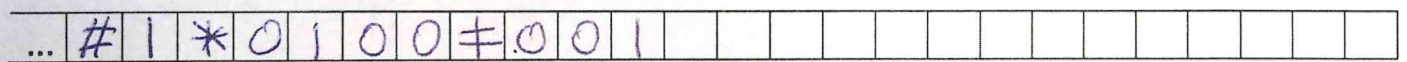
Apartado b)

$(p_0, 1)$ Estado inicial de M
Símbolo que inicialmente lee M



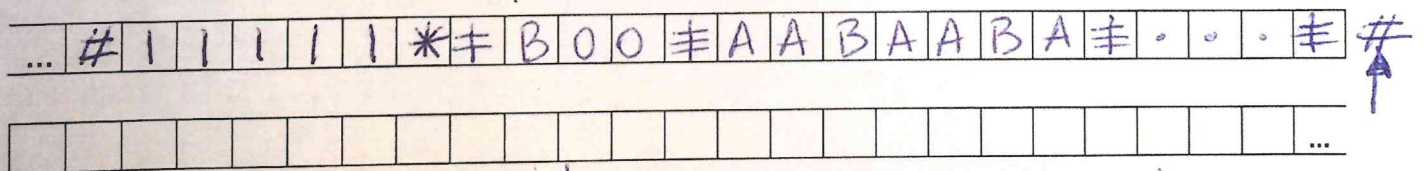
Celda que inicialmente lee M. $(p_1, \#) = (p_2, 1, D)$

Apartado c)) (es suficiente con escribir sólo la parte de la cinta que cambia)



El movimiento que se realiza es $f(p_0, 1) = (p_1, 1, D)$ codificado en el registro $\#0010010\#$.
Por tanto: Donde está el * se escribe 1. El control permanece en $p_0(0,0)$.
El * se reemplaza en la celda de la cinta. El 1 que se reemplaza se almacena en la última celda del Registro inicial.

Apartado d)



MTU por que ningún registro comienza por $100(p_2, \#)$ y es que M en p_2 leyendo $\#$ se para. Todos los registros han sido rechazados por el módulo localizador por lo que están marcados con A's y B's. La MTU para buscado un 1 al comienzo del siguiente registro por examinar. Pero aparece la primera $\#$ por la derecha. Ahí para la MTU.